

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**  
**ETAPA LOCALĂ, 16.02.2019**  
**Clasa a VI-a**

1. (7p) Se consideră mulțimile  $A = \{1^2, 2^2, 3^2, \dots, 2019^2\}$  și  $B = \{1^3, 2^3, 3^3, \dots, 2019^3\}$ . Determinați cardinalul mulțimii  $A \cap B$ .
2. (7p) Aflați numerele naturale nenule  $a$  și  $b$ ,  $a > b$ , știind că suma dintre cel mai mare divizor comun al lor  $d$  și cel mai mic multiplu comun al lor  $m$  este 315, iar  $d$  este de 20 de ori mai mic decât  $m$ .
3. Se aleg punctele coliniare  $A, B, C, D, E$ , astfel încât  $C$  între  $A$  și  $B$ ,  $D$  între  $A$  și  $C$ ,  $E$  între  $B$  și  $C$ , îndeplinind condiția  $20 \cdot AD + 28 \cdot DC + 8 \cdot CE + 5 \cdot BE = 2019$  milimetri. Lungimile segmentelor  $AD, DC$ , respectiv  $CE$  sunt invers proporționale cu primele 3 numere naturale prime, iar lungimile segmentelor  $CE$ , respectiv  $EB$  sunt direct proporționale cu 2 și 3.
- a) (5p) Aflați lungimea segmentului  $AB$ .
- b) (2p) Dacă  $M$  este mijlocul segmentului  $DE$ , calculați lungimea segmentului  $AM$ .
4. a) (3p) În jurul punctului  $O$  se construiesc  $n + 8$  unghiuri, dintre care primele  $n + 7$  sunt congruente și au măsura  $n^\circ$ , iar ultimul are măsura  $66^\circ$ . Determinați numărul unghiurilor construite în jurul lui  $O$  și măsura unghiurilor congruente.
- b) (4p) Se consideră unghiurile neadiacente  $\angle AOB$  și  $\angle BOC$ ,  $OM$  bisectoarea unghiului  $\angle BOC$ , astfel încât  $AO \neq CO$ ,  $3 \cdot \angle AOC = \angle COM$  și  $\angle AOM = 72^\circ$ . Dacă  $P \in OM$ ,  $O$  între  $P$  și  $M$ , aflați măsura unghiului  $\angle POC$ .

**Notă:** Toate subiectele sunt obligatorii.  
Timp efectiv de lucru: 2 ore.